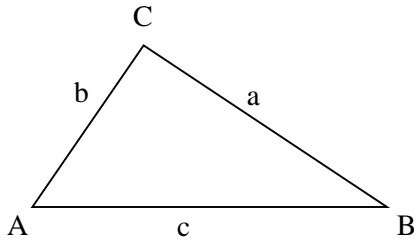


TEOREMA O LEY DEL COSENO

En todo triángulo se cumple que, el cuadrado de la longitud de cualquier lado de un triángulo es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos lados menos dos veces el producto de las longitudes de estos lados por el coseno del ángulo entre ellos.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

La ley de los Cosenos se aplica cuando los datos conocidos son:

- **Dos lados y el ángulo entre ellos (L – A – L)**

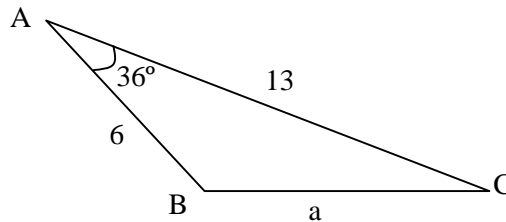
En este caso, hallamos el tercer lado, que es el opuesto al ángulo dado, aplicando la ley de los Cosenos.

- **Los tres lados (L – L – L)**

En este caso, aplicamos la ley de los Cosenos para hallar cualquiera de los tres ángulos.

Ejemplo 1:

- Resolvamos el $\triangle ABC$ de la figura



Solución:

Tenemos el caso L – A – L. Por lo tanto, aplicamos la ley de los cosenos para calcular el lado "a".

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\ &= 6^2 + 13^2 - 2(6)(13) \cos 36^\circ \\ a &\approx \sqrt{78.79} \approx 8.9 \end{aligned}$$

Para hallar la medida del ángulo B también aplicamos la ley de los Cosenos (Aunque también podríamos aplicar la ley de los Senos)

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$= \frac{(8.9)^2 + 6^2 - 13^2}{2(8.9)(6)}$$

$$\approx -0.50365169$$

$$B \approx \cos^{-1}(-0.50365169) \approx 120.2^\circ$$

Finalmente,

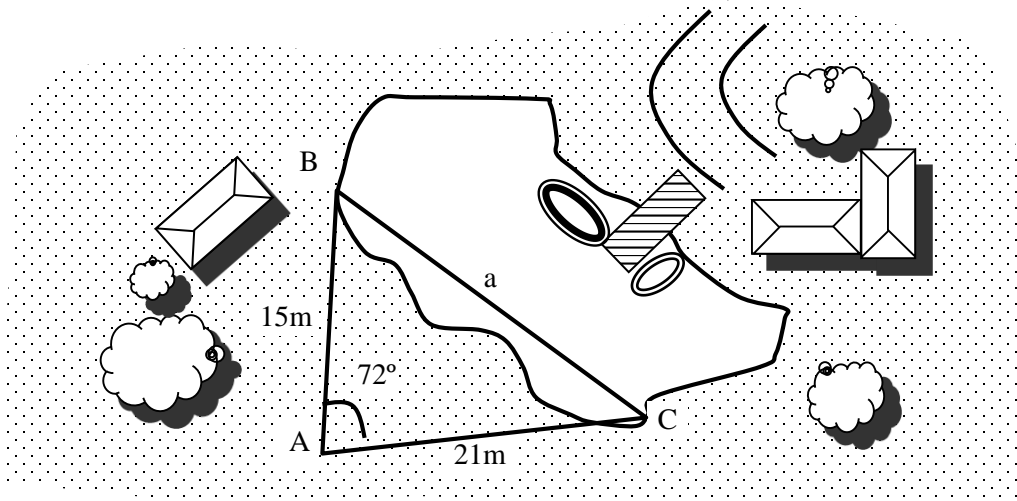
$$C = 180^\circ - A - B$$

$$\approx 180^\circ - 36^\circ - 120.2^\circ$$

$$\approx 23.8^\circ$$

Ejemplo 2:

- Un topógrafo encuentra que el ángulo en el punto A de la figura, desde donde observa los puntos B y C, en cada orilla del lago, es 72° . Hallar la distancia a través del lago determinando la separación que hay entre los puntos B y C.



Solución:

Estamos en el caso L – A – L. Por lo tanto, aplicamos la ley de los Cosenos para calcular la distancia “a”

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$= 15^2 + 21^2 - 2(15)(21) \cos 72^\circ$$

$$a = \sqrt{471.31929}$$

$$\approx 21.71\text{m}$$

Por lo tanto, la distancia entre los puntos B y C es aproximadamente igual a 21,71 metros.