

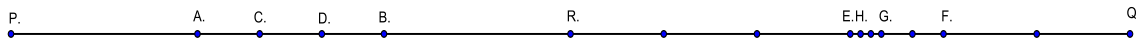
9. La máquina M puede producir  $x$  unidades en  $\frac{3}{4}$  del tiempo que se tarda la máquina N para producir las mismas  $x$  unidades. La máquina N puede producir  $x$  unidades en  $\frac{2}{3}$  del tiempo que toma la máquina L para producir las mismas  $x$  unidades. Si las tres máquinas están trabajando al mismo tiempo, la fracción producida por la maquina N, con respecto a la producción total es:

- (a)  $\frac{1}{2}$                       (b)  $\frac{1}{3}$                       (c)  $\frac{4}{3}$                       (d)  $\frac{8}{29}$                       (e)  $\frac{6}{33}$

10. Cuatro latas cilíndricas, cada una con 2 pulgadas de radio; se colocan apoyadas en sus bases dentro de una caja de cartón. Si las latas quedan justas dentro de la caja y el espesor de los lados de la caja es de  $\frac{1}{8}$  de pulgada, de las siguientes opciones, la que representa la medida en pulgadas del perímetro externo de la base de la caja es:

- (a)  $\frac{129}{4}$                       (b) 33                      (c)  $\frac{65}{2}$                       (d) 32                      (e)  $\frac{1089}{16}$

11. Se tiene el segmento de recta  $\overline{PQ}$  de dos unidades de longitud, donde  $R$  es el punto medio. Sobre el segmento  $\overline{PR}$  se marcan dos puntos,  $A$  y  $B$ , que lo dividen en tres partes iguales y el segmento  $\overline{AB}$  se divide en tres partes iguales donde  $\overline{CD}$  es una de ellas. El segmento  $\overline{RQ}$  se divide en seis partes iguales, donde  $\overline{EF}$  es una de ellas; ésta a su vez, se divide en tres partes iguales donde  $\overline{EG}$  es una de ellas; y esta última se divide en tres partes iguales donde  $\overline{EH}$  es una de ellas, como lo muestra la figura.



La suma de las longitudes de los segmentos  $\overline{PD}$  y  $\overline{AH}$  es:

- (a)  $\frac{57}{21}$                       (b)  $\frac{27}{51}$                       (c)  $\frac{47}{27}$                       (d)  $\frac{56}{27}$                       (e)  $\frac{52}{17}$

12. Se construye un conjunto de polinomios de la siguiente forma:  $x^n + 2x^{n-1} + 2^2x^{n-2} + 2^3x^{n-3} + \dots + 2^{n-1}x + 2^n$ , para todo valor de  $n \in \mathbb{N}$ . Del conjunto anterior, es correcto afirmar que son divisibles por el binomio  $x + 2$  los polinomios:

- (a) De grado par                      (b) De grado impar                      (c) De cualquier grado  $n \in \mathbb{N}$   
 (d) Sólo de grado 1                      (e) De grado par en algunos casos e impar en otros casos



**OLIMPIADAS INTERCOLEGIAS DE MATEMÁTICAS**  
 Facultad de Ingenierías  
 Departamento de Ciencias Naturales y Matemáticas  
 Carrera de Matemáticas Aplicadas



20 de Septiembre de 2010  
**Prueba Clasificatoria**

## Categoría II

Octavo y Noveno

### INSTRUCCIONES PARA LA PRESENTACIÓN DE LA PRUEBA

1. Verifique que el examen que usted ha recibido es el correspondiente a su categoría.
2. El examen consta de 12 preguntas de opción múltiple con única respuesta, usted deberá contestar únicamente la respuesta que considere solución del problema.
3. Para la realización del examen, sólo se requiere de lápiz o lapicero y borrador.
4. No se permite el uso de ningún tipo de material adicional, al entregado en el examen.
5. El tiempo máximo de duración del examen es de tres (3) horas.
6. No se responden preguntas sobre el cuestionario, a excepción de las correspondientes al diligenciamiento inicial de los datos personales del alumno.
7. Terminada la prueba usted se puede quedar con el cuestionario del examen.
8. Para la calificación de los exámenes, se tendrá en cuenta lo siguiente: Por cada respuesta correcta se asignan tres (3) puntos, por cada respuesta errada se descuenta un (1) punto y a las respuestas en blanco no se le asignan puntos.



**Pontificia Universidad Javeriana**  
 Facultad de ingenierías  
 Departamento de Ciencias Naturales y Matemáticas



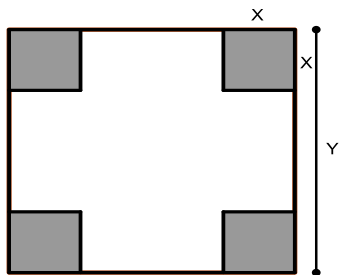
1. Un hombre va caminando sobre un puente recto, de repente, oye el sonido de un tren que viene en la misma dirección en la que él camina. Inmediatamente, hace ciertos cálculos: "He recorrido  $\frac{2}{5}$  de la longitud del puente, si sigo caminando a  $5 \text{ km/h}$  saldría del puente cuando el tren también esté saliendo; pero si me regreso, saldría del puente justo cuando el tren esté entrando al puente". Con base en esta información, y conociendo que las velocidades de la persona ( $V_p$ ) y del tren ( $V_t$ ) son constantes; ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta? (Obs: La distancia recorrida es el producto de la velocidad por el tiempo empleado):

- (a)  $V_p$  es  $\frac{5}{2}$  de  $V_t$                       (b)  $V_p$  es  $\frac{5}{3}$  de  $V_t$                       (c)  $V_p$  es  $\frac{2}{5}$  de  $V_t$   
 (d)  $V_p$  es  $\frac{3}{5}$  de  $V_t$                       (e)  $V_p$  es  $\frac{1}{5}$  de  $V_t$

2. Si se divide el polinomio  $5x^3 + 13x^2 + 18x - 1$  entre un binomio de la forma  $ax - c$  y se obtiene como cociente el polinomio  $5x^2 + 8x + 10$ . Los valores correspondientes de los coeficientes  $a$  y  $c$  del binomio, para que el residuo sea  $-11$  son:

- (a) 1 y -1                      (b) -1 y 1                      (c) 1 y 1                      (d) -1 y -1                      (e) 1 y 0

3. A continuación se muestra un cuadrado de lado  $y$ , al que se le han cortado, en cada esquina, cuadrados iguales de lado  $x$



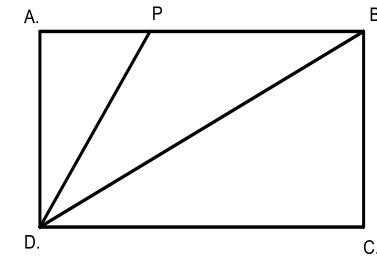
La expresión que NO representa el área de la figura es:

- (a)  $y^2 - 4x^2$                       (b)  $(y^2 - 2x^2) - 4x^2$                       (c)  $(y-2x)(y+2x)$   
 (d)  $(y-2x)^2 + 4x(y-2x)$                       (e)  $y(y-2x) + 2x(y-2x)$

4. Por el servicio de acceso a internet Alejandra paga una tarifa fija mensual más una cantidad por tiempo de uso. Su cuenta en el mes de diciembre fue de \$124800, pero en enero la cuenta fue de \$175400 porque incluía el doble de tiempo de uso que en diciembre. La tarifa fija mensual que Alejandra paga es:

- (a) \$25300                      (b) \$50600                      (c) \$62400                      (d) \$74200                      (e) \$87700

5. Dado el rectángulo  $ABCD$ , con:  $m(\overline{AD}) = 1$ ,  $P$  en  $\overline{AB}$  y  $\overline{DB}$  y  $\overline{DP}$  trisecan el ángulo  $\sphericalangle ADC$ , tal como se muestra en la figura



El perímetro del triángulo  $\triangle BDP$  es:

- (a)  $\frac{2+4\sqrt{3}}{2}$                       (b)  $2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}$                       (c)  $\frac{2+5\sqrt{3}}{3}$                       (d)  $\frac{3+3\sqrt{5}}{2}$                       (e)  $2 + \frac{5\sqrt{3}}{3}$

6. Para recorrer el camino entre A y B, el tren de pasajeros tarda 7 horas y el tren de carga tarda 5 horas. A las 8 : 00 am sale un tren de pasajeros de A hacia B y un tren de carga de B hacia A. A las 9 : 45 am la suma de las distancias recorridas por los dos trenes hasta ese momento es igual a  $357 \text{ km}$ . La longitud del camino que separa inicialmente a los trenes entre sí es:

- (a)  $105 \text{ km}$                       (b)  $119 \text{ km}$                       (c)  $357 \text{ km}$                       (d)  $476 \text{ km}$                       (e)  $595 \text{ km}$

7. Juan dibujó un triángulo rectángulo  $ABC$  con  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ ,  $m(\overline{AB}) = 60 \text{ cm}$  y  $m(\overline{AC}) = 80 \text{ cm}$ . Sobre el lado  $\overline{AC}$  marcó un punto  $D$  y por  $D$  trazó la paralela al lado  $\overline{AB}$  que corta al lado  $\overline{BC}$  en el punto  $E$ . Si  $m(\overline{DE}) = 24 \text{ cm}$  y los triángulos  $\triangle ACE$  y  $\triangle ABE$  tienen igual perímetro; el perímetro y el área del triángulo  $\triangle ABE$  son:

- (a)  $120 + 24\sqrt{5}$ , 1440                      (b) 96, 1152                      (c) 96, 384  
 (d)  $120 + 24\sqrt{5}$ , 960                      (e)  $72 + 24\sqrt{5}$ , 576

8. A consecuencia de un fuerte aguacero, el sótano de los Ramírez se inundó. Para drenar el agua, la familia cuenta con una pequeña bomba, pero además, pidió prestada una más a los bomberos. El jefe de los bomberos informó a los Ramírez que si ambas bombas trabajaban al mismo tiempo, el sótano quedaría seco en alrededor de 40 minutos; además les dijo, que la bomba del departamento de bomberos tenía mayor potencia, por lo que, si sólo se utilizara ésta, vaciarían el sótano en 18 minutos menos que si utilizaran únicamente la otra. Si se usara únicamente la bomba de los Ramírez para vaciar el sótano, el tiempo empleado (aproximadamente) es:

- (a) 40 min                      (b) 90 min                      (c) 72 min                      (d) 50 min                      (e) 18 min