



Pontificia Universidad
JAVERIANA
Cali

con Acreditación
Institucional
de Alta Calidad
por **8** años

OLIMPIADAS INTERCOLEGIALES DE MATEMÁTICAS

Facultad de Ingeniería

Departamento de Ciencias Naturales y Matemáticas

Carrera de Matemáticas Aplicadas



Prueba Final - Segundo día

7 de Noviembre de 2012

Categoría II

Octavo y Noveno

INSTRUCCIONES PARA LA PRESENTACIÓN DE LA PRUEBA

1. Verifique que el examen que usted ha recibido es el correspondiente a su categoría.
2. El examen consta de 3 preguntas de respuesta abierta.
3. Para la realización del examen, sólo se requiere de lápiz o lapicero y borrador.
4. No se permite el uso de ningún tipo de material adicional al entregado en el examen.
5. El tiempo máximo de duración del examen es de dos (2) horas.
6. No se responden preguntas sobre el cuestionario, a excepción de las correspondientes al diligenciamiento inicial de los datos personales del alumno.
7. Terminada la prueba usted se puede quedar con el cuestionario del examen.
8. Para la calificación de los exámenes se tendrá en cuenta los puntajes indicados en cada problema.

1. **(10 puntos)** Juan, Pedro y Luis son hermanos. Uno de ellos practica fútbol, otro baloncesto y otro tenis. Juan no practica baloncesto, quien practica baloncesto no se llama Luis y Luis no practica tenis. ¿Qué deporte practica Pedro?
2. **(20 puntos)** Demuestre que $1^{99} + 2^{99} + 3^{99} + 4^{99}$ es divisible por 5.
3. **(20 puntos)** Considere n números reales p_1, p_2, \dots, p_n y otros n números reales distintos de cero y del mismo signo q_1, q_2, \dots, q_n . Demuestre:

a) Si $A < \frac{p_i}{q_i} < B$ para todo i , entonces

$$A < \frac{p_1 + p_2 + \dots + p_n}{q_1 + q_2 + \dots + q_n} < B.$$

b) Si $\frac{p_k}{q_k} = \frac{p_1}{q_1}$ para todo k , entonces

$$\frac{p_1 + p_2 + \dots + p_n}{q_1 + q_2 + \dots + q_n} = \frac{p_1}{q_1}.$$