



Pontificia Universidad
JAVERIANA
Cali

con Acreditación
Institucional
de Alta Calidad
por **8** años

OLIMPIADAS INTERCOLEGIALES DE MATEMÁTICAS

Facultad de Ingeniería

Departamento de Ciencias Naturales y Matemáticas

Carrera de Matemáticas Aplicadas



Prueba Final - Primer día

6 de Noviembre de 2012

Categoría III

Decimo y Once

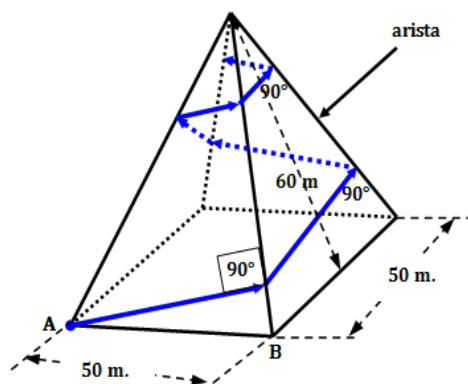
INSTRUCCIONES PARA LA PRESENTACIÓN DE LA PRUEBA

1. Verifique que el examen que usted ha recibido es el correspondiente a su categoría.
2. El examen consta de 4 preguntas de respuesta abierta.
3. Para la realización del examen, sólo se requiere de lápiz o lapicero y borrador.
4. No se permite el uso de ningún tipo de material adicional al entregado en el examen.
5. El tiempo máximo de duración del examen es de dos (2) horas.
6. No se responden preguntas sobre el cuestionario, a excepción de las correspondientes al diligenciamiento inicial de los datos personales del alumno.
7. Terminada la prueba usted se puede quedar con el cuestionario del examen.
8. Para la calificación de los exámenes se tendrá en cuenta los puntajes indicados en cada problema.

- (12 puntos) Suponga que p y q son números primos y que $n = pq$. ¿Cuál es la probabilidad de que un número entero positivo menor que n escogido al azar no sea divisible ni por p ni por q ?
- (18 puntos) Demuestre que :

$$\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}} = 1$$

- (20 puntos) La parte superior de una columna está rematada por una pirámide regular de base cuadrada. Los triángulos isósceles que forman sus caras laterales tienen 60cm de altura y 50cm de base. Una hormiga parte de uno de los vértices del cuadrado de la base, avanzando sobre cara lateral hacia la arista opuesta de modo que su trayectoria rectilínea de ascenso alrededor de la pirámide incide perpendicularmente en cada una de las aristas de las caras triangulares de la pirámide que va encontrando en su recorrido, tal como lo muestra el dibujo. Calcule la distancia recorrida por la hormiga al llegar a la cúspide del monumento



- (10 puntos) En el rectángulo $ABCD$ se traza la diagonal principal AD . Por un punto cualquiera E de lado AB se traza una perpendicular al lado CD que corta a la diagonal AD en el punto F y el lado CD en G . La paralela al lado CD trazada por el punto F corta el lado AC en H y al lado BD en I . Calcule la relación entre las áreas A_1 y A_2 .

