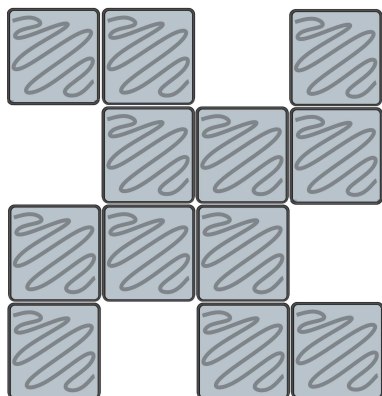
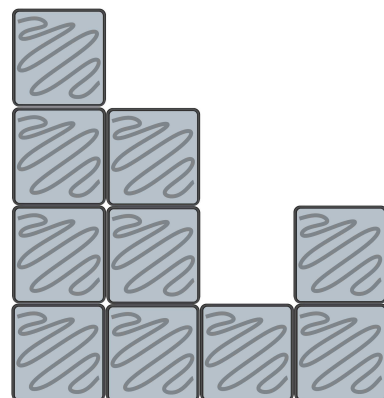


8. [5 Puntos] Un sólido se ha construido con cubos todos del mismo tamaño. La vista lateral izquierda y vista superior del sólido se muestran en la figura. ¿Cuál es la suma entre el mínimo y máximo de cubos que se pudieran usar para construir el sólido?

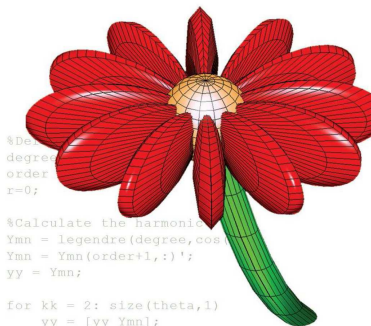


Vista superior



Vista lateral izquierda

# Prueba Selectiva



## Nivel Avanzado

Grados 10 y 11

Mayo 12 de 2012

### INSTRUCCIONES PARA LA PRESENTACIÓN DE LA PRUEBA

1. Asegúrese de que la prueba y la hoja de respuestas que le entregan corresponde a su nivel. Los niveles son:
  - Nivel Básico para los grados 6 y 7.
  - Nivel Medio para los grados 8 y 9.
  - Nivel Avanzado para los grados 10 y 11.
2. La prueba consta de 8 preguntas de respuesta abierta. La respuesta es un número entero entre 000 y 999, inclusive. Para contestar una pregunta, escriba **únicamente** el número que usted considera es la respuesta del problema.
3. Para la realización de la prueba, sólo se necesita lápiz y borrador, por tanto NO se permite el uso de ningún tipo de material adicional (computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc). El estudiante no puede hacer preguntas durante el desarrollo de la prueba.
4. Al terminar la prueba, el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente la HOJA DE RESPUESTAS (puede conservar este temario), sin olvidar marcarla con su nombre completo, colegio, grado, número de identificación y firma.
5. La prueba se calificará de acuerdo al puntaje indicado en cada problema.
6. El tiempo máximo para la presentación de la prueba es de 2 horas.



**Universidad del Valle**  
 Departamento de Matemáticas  
<http://matematicas.univalle.edu.co/orm>  
[orm.univalle@gmail.com](mailto:orm.univalle@gmail.com)

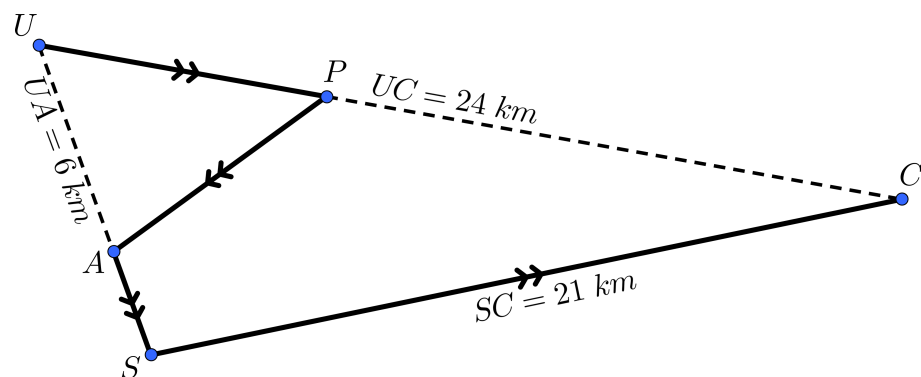


1. [4 Puntos] ¿Cuántas parejas de números enteros  $(x, y)$  hay tal que

$$x^4 y^4 - 10x^2 y^2 + 9 = 0?$$

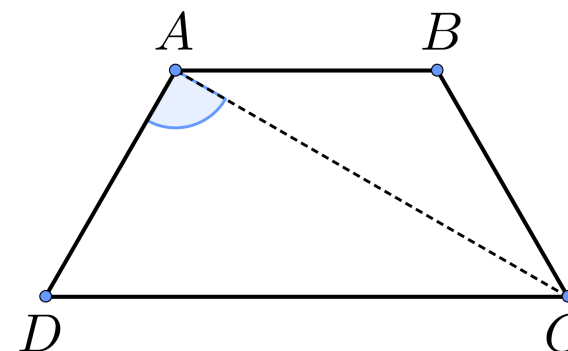
2. [4 Puntos] ¿Cuántos números de dos dígitos son divisibles por la suma de sus dígitos?

3. [7 Puntos] Juan sale de la universidad, en el punto  $U$ , y realiza el recorrido que se describe en el dibujo: primero pasa por la casa de su amigo Pedro, punto  $P$ , luego visita a su novia Alejandra, punto  $A$ , después pasa por el supermercado, punto  $S$ , y por último va a casa, punto  $C$ .

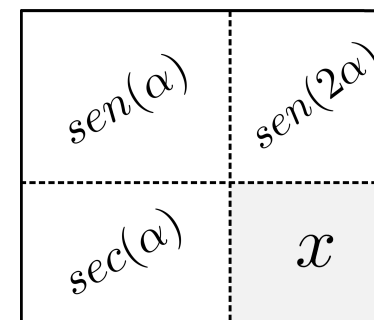


Se sabe que la distancia de su casa a la universidad es de 24km, la distancia de su casa al supermercado es de 21km, la distancia de la universidad a la casa de Alejandra es de 6km. Además la distancia de su casa a la casa de Pedro es el doble de la distancia de la casa de Pedro a la universidad y la distancia de la casa de Alejandra al supermercado es la mitad de la distancia de la universidad a la casa de Alejandra. ¿Cuál es la parte entera de la distancia total que recorrió Juan desde la universidad hasta su casa? [La parte entera de un número real, es el número entero inmediatamente anterior a él, por ejemplo la parte entera del número 3.1415 es el número entero 3]

4. [6 Puntos] El trapecio isósceles  $ABCD$  es tal que  $AD = AB = BC = 1$  y  $DC = 2$ ,  $AB$  es paralelo a  $CD$ . ¿Cuánto mide el ángulo  $\angle CAD$ ?



5. [4 Puntos] En la figura, los números representan el área del rectángulo correspondiente. Si  $\alpha$  es un ángulo agudo, ¿Cuál es el valor de  $x$ ?



6. [5 Puntos] ¿Cuántas funciones  $f : \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$  satisfacen que  $f(f(x)) = f(x)$ ?

7. [5 Puntos] Halle el menor entero positivo  $q$  para el cual existe un entero positivo  $p$  tal que

$$\frac{1}{264} < \frac{p}{q} < \frac{1}{263}.$$